

**Tunelamiento Josephson en junturas FS/A/N/A/FS (Ferromagneto
Superconductor/Aislante/Metal Normal/Aislante/Ferromagneto
Superconductor)**

Edwin Moncada Villa
Físico

Universidad del Valle
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Departamento de Física
Maestría en Ciencias Físicas
Santiago de Cali
2009

**Tunelamiento Josephson en junturas FS/A/N/A/FS (Ferromagneto
Superconductor/Aislante/Metal Normal/Aislante/Ferromagneto
Superconductor)**

Edwin Moncada Villa
Físico

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de
Magister en Ciencias Físicas

Dirigida por: Juan Carlos Granada Echeverry, Ph.D

Universidad del Valle
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Departamento de Física
Maestría en Ciencias Físicas
Santiago de Cali
2009

A mi Madre y a la memoria de mi Padre

Agradecimientos

Quiero expresar mi profundo agradecimiento al profesor Dr. Juan Carlos Granada quien además de ser mi maestro, es un modelo a seguir en el aspecto tanto humano como académico.

A los profesores Dr. Pedro Prieto, Dr. Hernán Ocampo, Dr. Norberto Granda y Dr. Efrain Solarte, de quienes tuve la oportunidad de aprender mucho durante mis estudios de maestría.

A los miembros del Grupo de Física Teórica del Estado Solido, en particular a los profesores Dr. Nelson Porras y Dr. Jesús Maria Calero, por el apoyo y las útiles discusiones.

A mi familia, y en especial a mi madre por su apoyo desmedido e incondicional. Quiero agradecer a mi compañera Aura Liliana por estar a mi lado y brindarme su apoyo incondicional. A Luis, Vicente, Víctor, Hernán, César y Claudia, por su invaluable amistad, muchas gracias.

Un especial agradecimiento al Centro de Excelencia de Nuevos Materiales (CENM), por la financiación del presente trabajo por medio del contrato No. RC043-2005 suscrito con COLCIENCIAS.

Resumen

Se estudia, en el marco de la teoría de Bogoliubov-De Gennes, el tunelamiento Josephson de las juntas planas FS/A/N/A/FS y FS/N/FS, constituidas por dos superconductores ferromagnéticos (FS) con simetrías de apareamiento de spin iguales. Tal simetría es posible debido a la coexistencia de las fases ferromagnéticas y superconductoras en ciertos materiales. La corriente Josephson a través de estas juntas es calculada mediante una fórmula tipo Furusaki-Tsukada, la cual relaciona el tunelamiento de pares de Cooper en ambas direcciones de la junta con los diversos procesos de reflexión de Andreev en las interfaces FS/A/N y N/A/FS. En particular, se encontraron las amplitudes de probabilidad a ambos lados de la junta asociadas al movimiento de pares de Cooper. Con estas amplitudes y mediante una adaptación especial de la fórmula de Furusaki-Tsukada, se halló una expresión analítica para la corriente de tunelamiento, generalizando con ello resultados obtenidos anteriormente por otros autores. Se considera el efecto del desbalance entre el número de portadores a través de la junta, introducido por la capa de metal en estado normal, sobre la corriente Josephson. Así mismo, se investiga qué tan susceptible es la corriente Josephson a las diferentes estructuras funcionales del parámetro de orden superconductor, correspondientes a juntas Josephson FS/A/FS de onda s y onda d .

Tabla de contenido

Agradecimientos	iv
Resumen	v
1 Introducción	3
2 Marco Teórico	5
2.1 Formalismo de Bogoliubov-de Gennes	5
2.2 Papel de las reflexiones de Andreev en la corriente Josephson	8
2.3 Acerca del ferromagneto superconductor ZrZn_2	10
3 Tunelamiento Josephson en junturas FS/A/N/A/FS	12
3.1 Solución de las ecuaciones de BdG y coeficientes de reflexión de Andreev . .	14
3.2 Expresión para la corriente Josephson DC	18
4 Resultados	21
5 Conclusiones	27
Apéndice	28
A Cálculo de los coeficientes de reflexión de Andreev	29
Bibliografía	30

Índice de figuras

2.1. Procesos de reflexión de Andreev en una interfase N/S y movimiento de pares de Cooper como resultado de éstos. (a) Reflexión electrón-hueco y (b) reflexión hueco-electrón. (Adaptado de A. Furusaki <i>et al.</i> [24])	9
2.2. Estructura cristalina del ZrZn_2 . Las esferas azules corresponden a los sitios de los átomos de Zr (Adaptado de Yelland <i>et al.</i> [8])	10
3.1. Gráficas esferoidales de los potenciales (a) $\Delta_{\uparrow\uparrow, A}$ y (b) $\Delta_{\uparrow\uparrow, 2E}$	13
3.2. Reflexiones de Andreev (a) electrón-hueco y (b) hueco-electrón, en una juntura FS/A/N/A/FS (Adaptado de W. Herrera [11])	13
3.3. Relación corriente vs. (a) temperatura y (b) diferencia de fase externa. La línea punteada corresponde al potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow, 2E}$, mientras que la línea gruesa a $\Delta_{\uparrow\uparrow, A}$	20
4.1. Corriente Josephson como función del espesor de la barrera de metal normal para el potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow, A}$, y fortaleza de la barrera aislante (a) $Z = 0$ y (b) $Z = 1$. Aquí $\phi = 0,5\pi$ y $T/T_C = 0,2$	21
4.2. Corriente Josephson como función del espesor de la barrera de metal normal para el potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow, 2E}$, y fortaleza de la barrera aislante (a) $Z = 0$ y (b) $Z = 1$. Aquí $\phi = 0,5\pi$ y $T/T_C = 0,2$	22
4.3. Diagrama de energías en la juntura $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{ZrZn}_2$	23
4.4. Corriente Josephson como función del espesor de la barrera de metal normal para los potenciales $\Delta_{\uparrow\uparrow, A}$ (a-c) y $\Delta_{\uparrow\uparrow, 2E}$ (d-f). La fortaleza de las barreras aislantes toma los valores $Z = 0$ (línea entrecortada) y $Z = 1$ (línea gruesa). Aquí $\phi = 0,5\pi$ y $T/T_C = 0,2$	23

- 4.5. Corriente Josephson como función del espesor de la barrera de metal normal(a) y (c), y de la diferencia de fases externas (b) y (d). Estas relaciones son calculadas para el potencial $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$ 24
- 4.6. Relación I vs T/T_C para diversos valores de $\eta = k_{FN}/k_{FS}$. (a), (b) y (c) corresponden a $\Delta = \Delta_{\uparrow\uparrow,A}(\vec{k}, \vec{r}, T)$ en una juntura $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{ZrZn}_2$; mientras que (d), (e) y (f) a $\Delta = \Delta(T)$, lo cual corresponde a una juntura $\text{S}/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{S}$ con superconductores convencionales. 25

Introducción

Es conocido que el comportamiento de la corriente de tunelamiento en las junturas Josephson depende de las características que poseen los materiales que constituyen la junta. En una estructura $\text{MgB}_2/\text{N}/\text{MgB}_2$ [1], donde MgB_2 es un superconductor de alta temperatura crítica (HTSC), la diferencia entre el número de portadores en el material superconductor y el número de portadores en el metal en estado normal influye drásticamente en la magnitud de la corriente de tunelamiento en función de la temperatura. Tal diferencia en el número de portadores, condensada en la razón entre los módulos de los vectores de onda de Fermi de ambos materiales, es estudiada en el tunelamiento Josephson en junturas S/A/F/A/S [2], donde la capa de metal en estado normal presenta una fase ferromagnética, la cual es antagónica a la superconductividad. La competencia entre estas dos fases lleva a una física muy rica de las estructuras híbridas S/F. El efecto destructivo del ferromagnetismo sobre la superconductividad lleva a una disminución de la temperatura de transición superconductora en heteroestructuras F/S/F [3], debida al campo de intercambio al cual están sometidos los pares de Cooper en regiones próximas a las interfases. No obstante, trabajos teóricos [4] y experimentales [5, 6, 9] han mostrado la coexistencia de las fases superconductora y ferromagnética en ciertos materiales en bloque como UGe_2 , ZrZn_2 y URhGe , denominados superconductores ferromagnéticos (FS). Tal coexistencia introduce una restricción sobre las posibles simetrías del parámetro de orden superconductor [10]. En efecto, en estos materiales el apareamiento electrónico tipo triplete minimiza el efecto de rompimiento de pares que tiene el campo de intercambio, y en este caso, la parte orbital de la función de onda del par tiene que ser de paridad impar, lo cual lleva a un gap anisotrópico. El tipo de simetría del potencial de pares del material FS determina el comportamiento de la corriente Josephson. En efecto, en una junta $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{ZrZn}_2$ el tunelamiento Josephson en función de la temperatura y de la diferencia de fases externas, cuando el potencial de pares del ZrZn_2 posee simetría s , es muy diferente a cuando éste

posee simetría d , manifestándose en este último caso la anomalía de baja temperatura en la corriente Josephson, típica en superconductores de onda d y debida a la formación de estados de energía cero (ZES) en la interfase metal normal-superconductor [11]. Otro hecho de interés es que la corriente Josephson es diferente de cero si las dos magnetizaciones en las capas FS están en configuración paralela, lo cual permite el uso de las juntas para la determinación del tipo de apareamiento de los pares de Cooper en materiales FS como el ZrZn_2 [12, 13, 14, 15, 16], y permite la implementación de las juntas como un sistema de dos niveles de acuerdo con la configuración de las magnetizaciones, lo cual es de gran interés en la tecnología de información cuántica [17, 18].

En este trabajo es investigado el tunelamiento Josephson en juntas FS/A/N/A/FS en función de la diferencia entre el número de portadores en las capas FS y el número de portadores en el metal en estado normal, considerando diferentes tipos de simetría del potencial de los pares en estos materiales. La organización de este documento es como sigue: en el capítulo 2 son presentados los fundamentos teóricos necesarios para el desarrollo de este trabajo. La expresión analítica para la corriente Josephson es derivada en el capítulo 3; los resultados numéricos son presentados en el capítulo 4, y finalmente en el capítulo 5 son mostradas nuestras conclusiones y perspectivas.

Marco Teórico

En este capítulo serán presentados los fundamentos teóricos necesarios para el estudio de la corriente Josephson en junturas FS/A/N/A/FS (Ferromagneto Superconductor / Aislante / Metal Normal / Aislante / Ferromagneto Superconductor). Primero es introducido el formalismo de Bogoliubov De Gennes [19, 20], el cual generaliza la teoría BCS al caso de superconductores no homogéneos y describe la dinámica de los portadores responsables de la superconductividad. Luego, es discutida la fórmula para la corriente Josephson en términos de las reflexiones de Andreev de estos portadores en una región donde el potencial de pares presenta variaciones espaciales. Finalmente, se da una breve introducción acerca las características de los ferromagnetos superconductores.

2.1. Formalismo de Bogoliubov-de Gennes

Las ecuaciones de potencial autoconsistente de Bogoliubov-de Gennes (BdG) dependientes del tiempo

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} u_n(\vec{r}, t) \\ v_n(\vec{r}, t) \end{pmatrix} = \int d^3r' \begin{pmatrix} H_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}') & \Delta(\vec{r}, \vec{r}') \\ \Delta^*(\vec{r}, \vec{r}') & -H_0^* \delta(\vec{r} - \vec{r}') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_n(\vec{r}', t) \\ v_n(\vec{r}', t) \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

a diferencia de la teoría BCS [21], permiten describir el estado superconductor en sistemas inhomogéneos teniendo en cuenta efectos como fronteras, centros dispersores, campos magnéticos, etc.. En las ecuaciones de BdG (2.1), H_0 es el hamiltoniano de una partícula dado por $H_0 = \frac{1}{2m} \left[-i\hbar \nabla - \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r}, t) \right]^2 + U(\vec{r}, t) - E_F$, donde el potencial vectorial $\vec{A}(\vec{r}, t)$ da cuenta de la interacción de un campo magnético externo con el movimiento orbital de los portadores, $U(\vec{r}, t)$ es el potencial escalar, el cual puede modelar efectos de interfase o periodicidad de la red, E_F es la energía de Fermi, $\Delta(\vec{r}, \vec{r}')$ es el potencial de apareamiento el cual aparece en el estado superconductor, es decir, toma el papel de parámetro de orden,

y está dado por

$$\Delta(\vec{r}, \vec{r}') = V(\vec{r}, \vec{r}') \sum_n [u_n(\vec{r}') v_n^*(\vec{r})(1 - f_n) - u_n(\vec{r}) v_n^*(\vec{r}') f_n]. \quad (2.2)$$

En la expresión (2.2) $V(\vec{r}, \vec{r}')$ representa la interacción atractiva entre electrones que forman un par de Cooper, y $f_n = f(E_n)$ es la función de distribución de Fermi-Dirac para las excitaciones elementales que aparecen en el superconductor. Tales excitaciones aparecen como cuasipartículas tipo electrón y tipo hueco, descritas respectivamente por las funciones $u_n(\vec{r}, t)$ y $v_n(\vec{r}, t)$. En efecto, cuando el potencial de apareamiento es nulo, las ecuaciones (2.1) describen la dinámica de electrones y huecos en el estado normal. Además, en la expresión para la densidad de corriente en el caso estacionario [19]

$$\begin{aligned} \vec{J} = & - \frac{ie\hbar}{2m} \sum_n \{ [u_n^*(\vec{r}) \nabla u_n(\vec{r}) - \text{c.c.}] f_n + [v_n^*(\vec{r}) \nabla v_n(\vec{r}) - \text{c.c.}] (1 - f_n) \} \\ & - \frac{e^2}{mc} \vec{A}(\vec{r}) \sum_n [|u_n(\vec{r})|^2 f_n + |v_n(\vec{r})|^2 (1 - f_n)], \end{aligned}$$

se puede apreciar una corriente asociada a portadores descritos por las funciones $u_n(\vec{r})$, otra asociada a portadores descritos por las funciones $v_n(\vec{r})$, y un último término que describe el movimiento de éstos bajo la acción de un campo magnético descrito por el potencial vectorial $\vec{A}(\vec{r})$.

Las ecuaciones de BdG, las cuales describen la dinámica de los portadores responsables de la superconductividad, son el resultado de la diagonalización del hamiltoniano efectivo de un superconductor

$$\begin{aligned} \hat{H}_{eff} = & \int d^3r \sum_{\alpha=\uparrow, \downarrow} \hat{\psi}_\alpha^\dagger(\vec{r}) [H_0 + U(\vec{r})] \hat{\psi}_\alpha(\vec{r}) \\ & + \int d^3r d^3r' \left[\Delta(\vec{r}, \vec{r}') \hat{\psi}_\uparrow^\dagger(\vec{r}) \hat{\psi}_\downarrow^\dagger(\vec{r}') + \Delta^*(\vec{r}, \vec{r}') \hat{\psi}_\uparrow(\vec{r}) \hat{\psi}_\downarrow(\vec{r}') \right] \end{aligned}$$

bajo la transformación generalizada de Bogoliubov para los operadores de campo en términos de los operadores de Bogoliubov-Valatin [19]

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_\uparrow(\vec{r}) &= \sum_n \left[u_n(\vec{r}) \hat{\gamma}_{n\uparrow} - v_n^*(\vec{r}) \hat{\gamma}_{n\downarrow}^\dagger \right] \\ \hat{\psi}_\downarrow(\vec{r}) &= \sum_n \left[u_n(\vec{r}) \hat{\gamma}_{n\downarrow} + v_n^*(\vec{r}) \hat{\gamma}_{n\uparrow}^\dagger \right], \end{aligned}$$

la cual extiende la transformación de Bogoliubov

$$\hat{c}_{n\uparrow} = \mu_n \hat{\gamma}_{n\uparrow} - \nu_n^* \hat{\gamma}_{n\downarrow}^\dagger \quad (2.3)$$

$$\hat{c}_{n\downarrow} = \mu_n \hat{\gamma}_{n\downarrow} + \nu_n^* \hat{\gamma}_{n\uparrow}^\dagger, \quad (2.4)$$

al caso de un superconductor no uniforme, donde $\hat{\gamma}_{n\alpha}^\dagger$ ($\hat{\gamma}_{n\alpha}$) es el operador de creación (aniquilación) de una excitación elemental del condensado superconductor en el estado de energía E_n y de spin α .

Aproximación semiclásica de las ecuaciones de BdG

En el caso independiente del tiempo las ecuaciones (2.1) se reducen a

$$\begin{aligned} E u_n(\vec{r}) &= H_0 u_n(\vec{r}) + \int d^3 r' \Delta(\vec{r}, \vec{r}') v_n(\vec{r}') \\ E v_n(\vec{r}) &= -H_0^* v_n(\vec{r}) + \int d^3 r' \Delta^*(\vec{r}, \vec{r}') u_n(\vec{r}'). \end{aligned} \quad (2.5)$$

En superconductores anisotrópicos el parámetro de orden tiene una dependencia sobre el vector de onda \vec{k} de las cuasipartículas [22]. El propósito ahora es hacer explícita tal dependencia en las ecuaciones de BdG, es decir, escribirlas en términos de la transformada de Fourier del parámetro de orden superconductor $\Delta(\vec{r}, \vec{r}')$. Esto es posible notando que las funciones $u_n(\vec{r})$ y $v_n(\vec{r})$, que describen respectivamente a las quasipartículas tipo electrón y tipo hueco, oscilan en la región proxima a k_F^{-1} , razón por la cual la solución de las ecuaciones de BdG estacionarias (2.5) es propuesta en la forma

$$\begin{pmatrix} u_n(\vec{r}) \\ v_n(\vec{r}) \end{pmatrix} = e^{ik_F \hat{k} \cdot \vec{r}} \begin{pmatrix} \tilde{u}_n(\vec{r}) \\ \tilde{v}_n(\vec{r}) \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

en la que se deja explícita la parte oscilatoria de las funciones $u_n(\vec{r})$ y $v_n(\vec{r})$, lo cual facilita el proceso de integración, puesto que el potencial autoconsistente varía sobre una escala del orden de la longitud de coherencia ξ_0 . La sustitución de (2.6) en el sistema (2.5) lleva a

$$\begin{aligned} E \tilde{u}(\vec{r}) &= H_0 \tilde{u}(\vec{r}) + \frac{k_F}{2m} \left[-2i\hbar^2 \hat{k} \cdot \nabla \tilde{u}(\vec{r}) - \frac{e\hbar}{c} \tilde{u}(\vec{r}) \right] + \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \tilde{u}(\vec{r}) \\ &+ \int d^3 r' \Delta(\vec{r}, \vec{r}') \tilde{v}(\vec{r}') e^{-ik_F \hat{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} d^3 r' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E\tilde{v}(\vec{r}) = -H_0^*\tilde{v}(\vec{r}) & - \frac{k_F}{2m} \left[-2i\hbar^2\hat{k} \cdot \nabla\tilde{v}(\vec{r}) - \frac{e\hbar}{c}\tilde{v}(\vec{r}) \right] + \frac{\hbar^2k_F^2}{2m}\tilde{v}(\vec{r}) \\
& + \int \Delta(\vec{r}, \vec{r}')\tilde{u}(\vec{r}')e^{-ik_F\hat{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r}')}d^3\vec{r}',
\end{aligned} \tag{2.7}$$

donde se ha omitido el índice n de \tilde{u} y \tilde{v} , el cual denota los autoestados de energías positivas. Nótese que el parámetro de orden $\Delta(\vec{r}, \vec{r}')$ no puede reducirse a $\Delta(\vec{r} - \vec{r}')$, pero si $\Delta(\vec{r}, \vec{r}') \rightarrow \tilde{\Delta}(\vec{x}, \vec{R})$, donde $\vec{x} = \vec{r} - \vec{r}'$ son las coordenadas relativas y $\vec{R} = (\vec{r} + \vec{r}')/2$ es el vector coordenado del centro de masa. La expansión en series de Taylor alrededor de la coordenada \vec{r} de los integrandos $\Delta(\vec{r}, \vec{r}')\tilde{v}(\vec{r}')$ y $\Delta(\vec{r}, \vec{r}')\tilde{u}(\vec{r}')$ en (2.7), lleva a términos de la forma

$$\begin{aligned}
\int \Delta(\vec{r}, \vec{r}')\tilde{v}(\vec{r}')e^{-ik_F\hat{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r}')}d^3\vec{r}' & \equiv \int \tilde{\Delta}\left(\vec{x}, \vec{r} - \frac{\vec{x}}{2}\right)e^{-i\vec{k}_F\cdot\vec{x}}\tilde{v}(\vec{r} - \vec{x})d^3\vec{x} \\
& = \tilde{v}(\vec{r})\Delta_{TF}(\vec{k}, \vec{r}) + i\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\vec{x}}\Big|_{\vec{r}} \cdot \frac{\partial}{\partial\vec{k}}\Delta_{TF}(\vec{k}, \vec{r}) \\
& + i\tilde{v}(\vec{r})\frac{\partial}{\partial\vec{k}}\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\vec{x}}\Big|_{\vec{r}}\right)_{TF} + \dots
\end{aligned} \tag{2.8}$$

donde $\Delta_{TF}(\vec{k}, \vec{r})$ es la transformada de Fourier del parámetro de orden superconductor $\Delta(\vec{x}, \vec{R})$. Teniendo en cuenta que las derivadas dobles que aparecen en (2.8) respecto a las coordenadas y vectores de onda son del orden de $(\xi_0 k_F)^{-1} \ll 1$, es obtenida la aproximación semiclásica de las ecuaciones de BdG

$$E \begin{pmatrix} \tilde{u}(\vec{r}) \\ \tilde{v}(\vec{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_0 & \Delta_{TF}(\vec{k}, \vec{r}) \\ \Delta_{TF}^*(\vec{k}, \vec{r}) & -H_0^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u}(\vec{r}) \\ \tilde{v}(\vec{r}) \end{pmatrix}, \tag{2.9}$$

las cuales son de gran utilidad para el estudio de sistemas anisotrópicos e inhomogéneos.

2.2. Papel de las reflexiones de Andreev en la corriente Josephson

En el año 1964 Andreev [23] descubrió que la dispersión de cuasipartículas, cuando éstas se aproximan a una región donde existen inhomogeneidades en el parámetro de orden superconductor, puede ocurrir en forma distinta a la dispersión ordinaria (especular). Por ejemplo, en la interfase de una juntura compuesta por un metal en estado normal, un aislante y un superconductor N/A/S (Fig. 2.1a), dependiendo de su energía, una cuasipartícula tipo electrón en el estado \vec{k} que incide desde el metal en estado normal puede

ser: 1) reflejada como una cuasipartícula tipo hueco con estado $-\vec{k}$ (reflexión de Andreev) con una amplitud de probabilidad a , 2) reflejada como una cuasipartícula tipo electrón (reflexión especular) con una amplitud de probabilidad b , 3) transmitida como una cuasipartícula tipo electrón con una amplitud de probabilidad c , ó 4) transmitida como una cuasipartícula tipo hueco con una amplitud de probabilidad d . Por otro lado, al incidir una cuasipartícula tipo hueco, ésta puede ser reflejada como una cuasipartícula tipo electrón, reflejada como una cuasipartícula tipo hueco, transmitida como una cuasipartícula tipo hueco ó transmitida como una cuasipartícula tipo electrón; con amplitudes de probabilidad \tilde{a} , \tilde{b} , \tilde{c} y \tilde{d} , respectivamente.

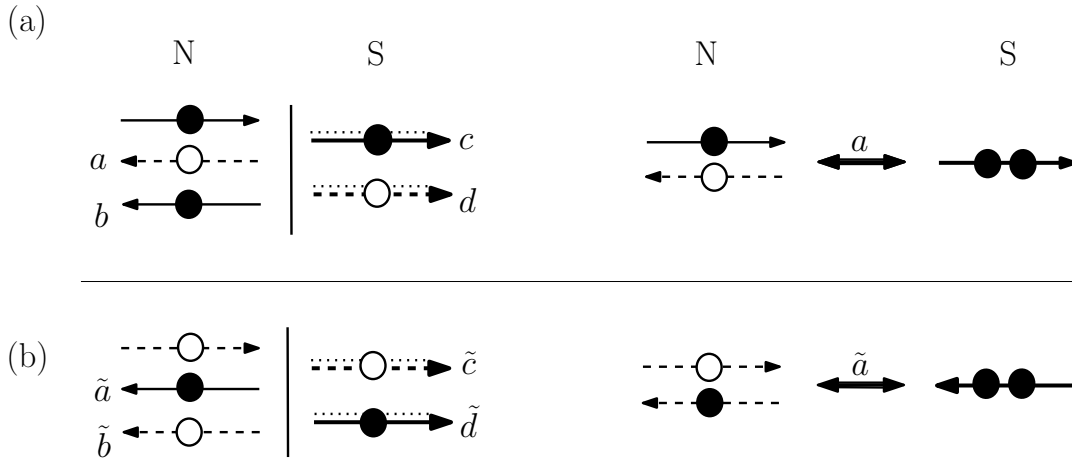


Figura 2.1: Procesos de reflexión de Andreev en una interfase N/S y movimiento de pares de Cooper como resultado de éstos. (a) Reflexión electrón-hueco y (b) reflexión hueco-electrón. (Adaptado de A. Furusaki *et al.* [24])

Cuando ocurre la reflexión de una cuasipartícula tipo electrón (hueco) en una cuasipartícula tipo hueco (electrón), la conservación de la carga exige la aparición (desaparición) de un par de Cooper en el superconductor, es decir, se tienen pares de Cooper pasando de izquierda a derecha con amplitud de probabilidad a y de derecha a izquierda con amplitud de probabilidad \tilde{a} (Fig. 2.1b). En el caso de una juntura compuesta por dos superconductores separados por un metal en estado normal (S/N/S), los diversos procesos de reflexión de Andreev en las interfases S/N y N/S, llevan a una corriente superconductora neta a través de la juntura dada por

$$I = \frac{e}{\hbar} \sum_{k_{||}} \sum_n \frac{k_B T}{\Omega_n} |\Delta| [a(i\omega_n) - \tilde{a}(i\omega_n)], \quad (2.10)$$

la cual es una formula tipo Furusaki-Tsukada [24]. En (2.10), las ω_n son las frecuencias fermiónicas de Matsubara definidas como $\omega_n = \pi k_B T(2n + 1)$, $\Omega_n = \sqrt{\omega_n^2 + |\Delta|^2}$, y $k_{||}$ simbolizan las componentes de los vectores de onda de las cuasipartículas paralelas a la interfase.

2.3. Acerca del ferromagneto superconductor ZrZn_2

Medidas de resistividad, calor específico y susceptibilidad magnética real y compleja en función de la temperatura, permitieron la comprobación de la coexistencia del ferromagnetismo y la superconductividad en ZrZn_2 cristalino [6], siendo ambas fases debidas a los mismos portadores, como lo corroboran los resultados de mediciones de susceptibilidad a.c. real y compleja en función de la temperatura y la desaparición de ambas fases a la misma presión [7].

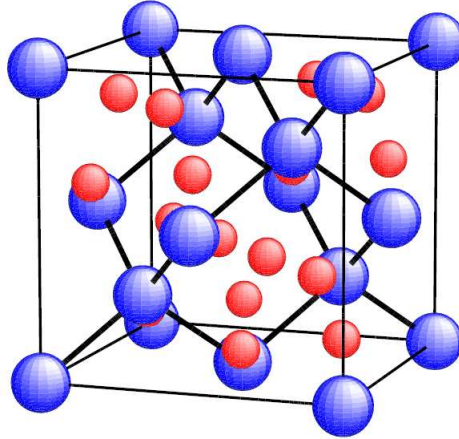


Figura 2.2: Estructura cristalina del ZrZn_2 . Las esferas azules corresponden a los sitios de los átomos de Zr (Adaptado de Yelland *et al.* [8])

El ZrZn_2 , posee una estructura cúbica C15 con una constante de red $a = 7,393 \text{ \AA}$ (Fig. 2.2). Presenta una fase ferromagnética débil por debajo de una temperatura de Curie de $T_{Curie} = 28,5K$, la cual está muy por encima de la temperatura de transición superconductora $T_C = 0,3K$, y a una temperatura de $T = 1,75K$ cada celda unitaria posee un momento magnético de $0,17\mu_B$. La coexistencia entre las fases ferromagnética y superconductora en este material, propuesta previamente en trabajos teóricos [4], lleva a la aparición de dos bandas electrónicas, una correspondiente a partículas con spin arriba y la otra -a partículas con spin abajo. Esto lleva a que en el ZrZn_2 la superconductividad

pueda darse en una o ambas bandas; por ejemplo, si se dá en la banda asociada al spin arriba (abajo), entonces el momento magnético neto de los pares de Cooper será igual a $+1$ (-1), mientras que si la superconductividad es causada por la combinación de electrones pertenecientes a ambas bandas, entonces el momento magnético será nulo. Este hecho hace que el ZrZn_2 haga parte del grupo de superconductores no convencionales, en los cuales el apareamiento electrónico se debe al intercambio virtual de fluctuaciones de spin [4], a diferencia del apareamiento electrónico mediado por el intercambio de fonones, presente en los superconductores convencionales o de onda s .

Los ejes fáciles de magnetización del ZrZn_2 , orientados en las direcciones $[001]$, $[111]$ y $[110]$, introducen diferentes dependencias funcionales del parámetro de orden superconductor con el vector de onda de las cuasipartículas. Por ejemplo, una magnetización a lo largo de la dirección $[111]$ lleva una estructura funcional del potencial de pares en la forma

$$f(\vec{k}) = \sin\left(\frac{k_x a}{2} + \frac{k_y a}{2}\right) + \sin\left(\frac{k_z a}{2} + \frac{k_y a}{2}\right) + \sin\left(\frac{k_x a}{2} + \frac{k_z a}{2}\right),$$

mientras que la estructura

$$f(\vec{k}) = \cos\frac{k_z a}{2} \left(\sin\frac{k_x a}{2} + \sin\frac{k_y a}{2} \right)$$

corresponde a una dirección $[110]$ para la magnetización. Una discusión amplia de las simetrías del parámetro de orden superconductor en ferromagnetos superconductores es dada en la referencia [12].

Tunelamiento Josephson en junturas FS/A/N/A/FS

El sistema bajo estudio es una juntura Josephson $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{ZrZn}_2$. La fase ferromagnética del ZrZn_2 lleva a un potencial de pares con una simetría de apareamiento tipo triplete, cuya estructura en general es de la forma $\Delta = \begin{pmatrix} \Delta_{\uparrow\uparrow} & \Delta_{\uparrow\downarrow} \\ \Delta_{\downarrow\uparrow} & \Delta_{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix}$, y en tal caso las ecuaciones de Bogoliubov-de Gennes constituyen un sistema 4x4 cuyo vector solución es de la forma $\Psi \equiv (u_{n\uparrow}, u_{n\downarrow}, v_{n\uparrow}, v_{n\downarrow})^T$ [25, 26, 27]. No obstante, en el presente trabajo se asumirá una simetría de apareamiento con proyecciones del spin iguales, es decir, se tomará el potencial de la forma $\Delta_{\uparrow\uparrow}$. En este caso las magnetizaciones de las dos capas FS deben estar orientadas paralelamente, pues, en esta configuración, la corriente Josephson es observada solamente en el canal de spin arriba [12, 13]. En particular, se asume la magnetización a lo largo de la dirección [001]. Dos de los posibles potenciales de apareamiento consistentes con la dirección de magnetización escogida son

$$\Delta_{\uparrow\uparrow, \text{A}}(\vec{k}, \vec{r}) = i\Delta_0 \cos \frac{k_z a}{2} \left(\sin \frac{k_y a}{2} + i \sin \frac{k_x a}{2} \right) [\Theta(-z) + \Theta(z-d)], \quad (3.1)$$

$$\Delta_{\uparrow\uparrow, 2\text{E}}(\vec{k}, \vec{r}) = i\Delta_0 \sin \frac{k_z a}{2} \left(\cos \frac{k_x a}{2} + \cos \frac{k_y a}{2} \right) [\Theta(-z) + \Theta(z-d)], \quad (3.2)$$

cuyas dependencias sobre el vector de onda ilustradas en la figura 3.1, evidencia que el eje de simetría del potencial de pares está orientado de acuerdo a la dirección de la magnetización del material. En las expresiones (3.1) y (3.2), a es la constante de red del ZrZn_2 y Δ_0 da la dependencia con la temperatura del potencial de pares, la cual será asumida de la forma [28]

$$\Delta_0 = \sqrt{\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{T^2}{T_C^2} \right)}.$$

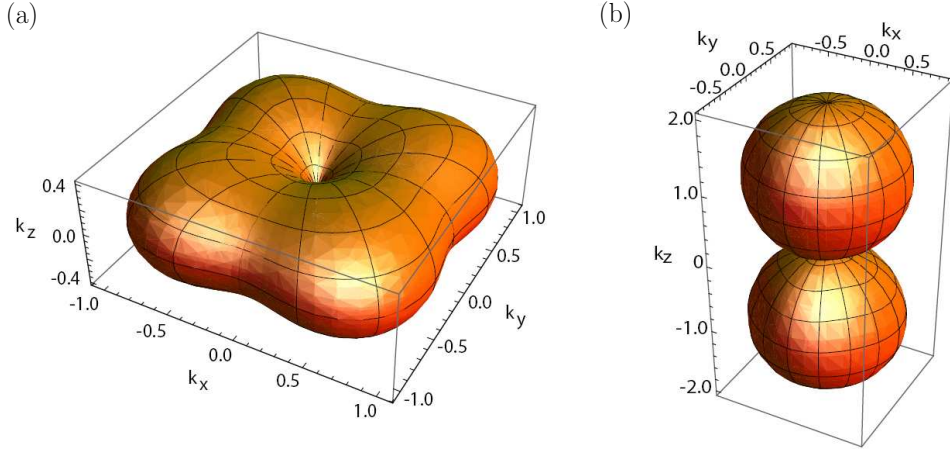


Figura 3.1: Gráficas esféricas de los potenciales (a) $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$ y (b) $\Delta_{\uparrow\uparrow,2E}$.

La corriente Josephson será obtenida mediante la sustitución, en la fórmula tipo Furusaki-Tsukada (2.10), de las amplitudes de probabilidad para el paso de pares de Cooper en ambos sentidos a través de la juntura. Tales amplitudes son derivadas de las soluciones particulares de las ecuaciones de BdG que describen los procesos de reflexión de Andreev de cuasipartículas en el canal spin arriba (Figs. 3.2a y b).

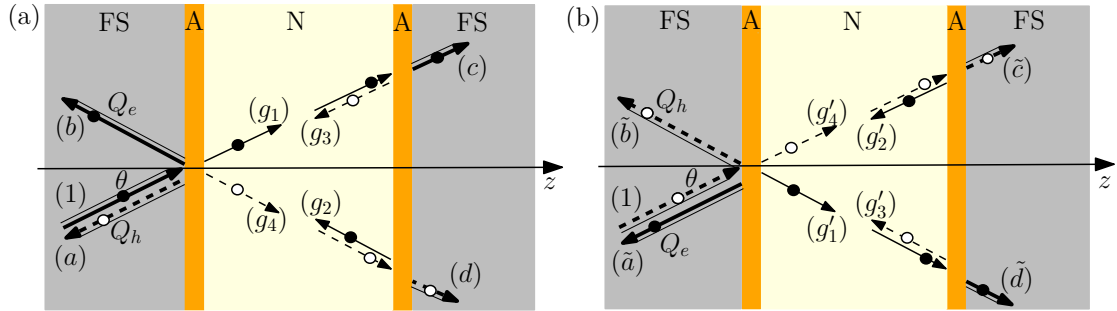


Figura 3.2: Reflexiones de Andreev (a) electrón-hueco y (b) hueco-electrón, en una juntura FS/A/N/A/FS (Adaptado de W. Herrera [11])

3.1. Solución de las ecuaciones de BdG y coeficientes de reflexión de Andreev

El tunelamiento de cuasipartículas en el canal de spin arriba será estudiado empleando la aproximación semiclásica de las ecuaciones de BdG

$$\begin{pmatrix} H_0 - h_0 & \Delta(\vec{k}, \vec{r}) \\ \Delta^*(\vec{k}, \vec{r}) & -H_0 + h_0 \end{pmatrix} \psi_\uparrow(\vec{r}) = E \psi_\uparrow(\vec{r}) \quad (3.3)$$

donde $H_0 = -\hbar^2 \nabla^2 / 2m + U(\vec{r}) + E_F(\vec{r})$ es el hamiltoniano de una partícula, $U(\vec{r}) = U(\delta(z) + \delta(z - d))$ representa el potencial de interfase, h_0 es la energía de intercambio debida a la fase ferromagnética, $E_F(\vec{r}) = E_{FS}\theta(-z) + E_{FN}\theta(z)\theta(d - z) + E_{FS}\theta(z - d)$ la energía de Fermi dependiente de la posición y $\Delta(\vec{k}, \vec{r})$ es el potencial de apareamiento anisotrópico, el cual es nulo en el metal en estado normal. Debido a las barreras aislantes, el potencial se ha modelado por una función δ -Dirac. Esto lleva a que las soluciones de (3.3) estén sometidas a las condiciones de frontera

$$\psi(z)|_{z=0^-} = \psi(z)|_{z=0^+}, \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{d\psi(z)}{dz} \right|_{z=0^+} - \left. \frac{d\psi(z)}{dz} \right|_{z=0^-} = \frac{2mU}{\hbar^2} \psi(z=0), \quad (3.5)$$

$$\psi(z)|_{z=d^-} = \psi(z)|_{z=d^+}, \quad (3.6)$$

$$\left. \frac{d\psi(z)}{dz} \right|_{z=d^+} - \left. \frac{d\psi(z)}{dz} \right|_{z=d^-} = \frac{2mU}{\hbar^2} \psi(z=d), \quad (3.7)$$

donde U es la energía potencial por unidad de longitud. Esta cantidad se puede entender como el producto entre la altura w y el espesor d de una barrera de potencial, con la cual se puede modelar una barrera aislante.

Las funciones que describen el movimiento de las cuasipartículas en el canal de spin arriba son de la forma

$$\psi_\uparrow(\vec{r}) = \begin{pmatrix} u_\uparrow \\ v_\uparrow \end{pmatrix} \exp(i\vec{k}_\parallel \cdot \vec{r}_\parallel) \exp(ik_z z), \quad (3.8)$$

las cuales al ser introducidas en las ecuaciones de BdG (3.3), llevan al sistema homogéneo

$$\begin{pmatrix} \kappa - E & \Delta(\vec{k}, \vec{r}) \\ \Delta^*(\vec{k}, \vec{r}) & -\kappa - E \end{pmatrix} = 0, \quad (3.9)$$

$$\kappa = \frac{\hbar^2}{2m}(k_z^2 + k_{||}^2) - E_F - h_0. \quad (3.10)$$

La condición de nulidad del determinante de este sistema permite la obtención de las componentes z del vector de onda de las cuasipartículas tipo electrón (+) y tipo hueco (-) en el superconductor

$$k^\pm = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E_{FS} + h_0 \pm \Omega) - k_{||}^2} \quad (3.11)$$

y en el metal normal

$$q^\pm = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E_{FN} \pm E) - k_{||}^2}, \quad (3.12)$$

donde $\Omega = \sqrt{E^2 - \Delta^2}$ y $k_{||} = \sqrt{(2m/\hbar^2)(E_{FS} + \Omega)} \sin \theta$ es la componente del vector de onda paralela a la interfase, la cual se conserva en los diversos procesos de reflexión de Andreev, y E es la energía de las cuasipartículas medida respecto al nivel de Fermi. Del sistema homogéneo (3.9) también son obtenidas las relaciones entre las funciones u_\uparrow y v_\uparrow en el caso de las cuasipartículas tipo electrón $u_\uparrow/v_\uparrow = e^{i\gamma_\pm} e^{i\phi}(\mu/\nu)$ y en el caso de las cuasipartículas tipo hueco $u_\uparrow/v_\uparrow = e^{i\gamma_\pm} e^{i\phi}(\nu/\mu)$, donde $\mu = \sqrt{(1 + \Omega/E)/2}$ y $\nu = \sqrt{(1 - \Omega/E)/2}$, y el término γ_\pm es la fase interna del superconductor, definida como $\exp(i\gamma_\pm) = \Delta(\pm k_z)/|\Delta(\pm k_z)|$, la cual depende de la simetría del parámetro de orden. Por ejemplo, para el potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow, A}$ dado por (3.1), se tiene que $\Delta(k_z) = \Delta(-k_z)$ i.e., $\gamma_+ - \gamma_- = 0$, lo cual es característico de un superconductor de onda s ; mientras que para $\Delta_{\uparrow\uparrow, 2E}$, dado por (3.2), $\Delta(k_z) = -\Delta(-k_z)$ ó $\gamma_+ - \gamma_- = \pi$, correspondiente a superconductores de onda d .

Se tiene que las soluciones particulares de las ecuaciones de BdG correspondientes a la propagación de cuasipartículas tipo electrón son de la forma

$$\psi(z) = \begin{pmatrix} \mu \\ \nu e^{-i\gamma_\pm} e^{-i\phi} \end{pmatrix} \exp(\pm i k^+ z),$$

y las correspondientes a la propagación de cuasipartículas tipo hueco son

$$\psi(z) = \begin{pmatrix} \nu \\ \mu e^{-i\gamma_{\pm}} e^{-i\phi} \end{pmatrix} \exp(\pm i k^- z).$$

Por lo tanto, la solución particular del sistema (3.3) que describe el proceso de reflexión de Andreev ilustrado en la figura 3.2a es

$$\psi^{(i)}(z) = \begin{cases} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_L} \end{pmatrix} \exp(ik^+ z) + a \begin{pmatrix} \nu \\ \mu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_L} \end{pmatrix} \exp(ik^- z) \\ \quad + b \begin{pmatrix} \mu \\ \nu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L} \end{pmatrix} \exp(-ik^+ z), & z < 0, \\ (g_1 \exp(iq^+ z) + g_2 \exp(-iq^+ z)) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \quad + (g_3 \exp(iq^- z) + g_4 \exp(-iq^- z)) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & 0 < z < d, \\ c \begin{pmatrix} \mu \\ \nu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_R} \end{pmatrix} \exp(ik^+ z) + d \begin{pmatrix} \nu \\ \mu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_R} \end{pmatrix} \exp(-ik^- z), & d < z, \end{cases}$$

La evaluación de la anterior expresión en las condiciones de frontera (3.4) y (3.5) lleva a un sistema lineal no homogéneo para las amplitudes de probabilidad de los diversos procesos de reflexión de Andreev [24]. La solución de este sistema se simplifica efectuando en los factores preexponenciales las aproximaciones $k^+ = k^- = k_{FS} \cos \theta$ y $q^+ = q^- = \sqrt{k_{FN}^2 - k_{FS}^2 \sin^2 \theta}$, debido a que las cuasipartículas tipo electrón y tipo hueco, tienen energías cercanas al nivel de Fermi. En esta aproximación la dependencia explícita con respecto a la energía de intercambio h_0 desaparece en las funciones k^{\pm} . Sin embargo, ello no implica que se esté excluyendo la presencia de la fase ferromagnética en el sistema considerado, pues ésta queda implícita a través de la dependencia funcional del potencial de pares respecto al vector de onda de las cuasipartículas. Así, es obtenida la amplitud de

probabilidad para la reflexión de una cuasipartícula tipo electrón como una tipo hueco

$$a = - \frac{|\Delta|}{M} (-8EQ^2 \cos \phi + EC \cos \rho^- + ED \cos \rho^+ + 8iQ^2\Omega \sin \phi + 4iA^+\Omega \sin \rho^- + 2E \sin \lambda^- \sin \lambda^+ - 2EB \cos \gamma - 2iB\Omega \sin \gamma + 4EZ_\theta A^- \sin \rho^+) \quad (3.13)$$

donde el denominador de (3.13) viene dado por

$$M = - 8Q^2|\Delta|^2 \cos \phi + [E^2C + \Omega^2(1+C)] \cos \rho^- + [E^2D + \Omega^2(-1+D)] \cos \rho^+ + 8iE\Omega A^+ \sin \rho^- + 2E^2 \sin \lambda^- \sin \lambda^+ - 2|\Delta|^2 B \cos \gamma + 4Z_\theta A^- (2E^2 - |\Delta|^2) \sin \rho^+, \quad (3.14)$$

en la cual se introducen las siguientes definiciones

$$\begin{aligned} B &= (2QZ_\theta \cos \lambda^- + Q^{-1}A^- \sin \lambda^-)(2QZ_\theta \cos \lambda^+ + Q^{-1}A^- \sin \lambda^+), \\ C &= 6Q^2 + Q^4 + 2Z_\theta^2 + 2Q^2Z_\theta^2 + Z_\theta^4, \quad A^\pm = Q \pm Q^3 + QZ_\theta^2 \\ D &= 2Q^2 - Q^4 - 2Z_\theta^2 + 6Q^2Z_\theta^2 - Z_\theta^4, \quad Q = \left(\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} \right) / \cos \theta \\ Z_\theta &= Z / \cos \theta, \quad Z = 2mU / \hbar^2 k_{FS}, \quad \phi = \phi_R - \phi_L, \quad \gamma = \gamma_+ - \gamma_- \\ \rho^\pm &= \lambda^- \pm \lambda^+, \quad \lambda^\pm = q^\pm d, \quad \eta = k_{FN} / k_{FS}, \end{aligned}$$

en las cuales se identifica claramente la fortaleza Z de las barreras aislantes, la diferencia entre las fases externas del superconductor de la derecha y de la izquierda ϕ y la razón entre los módulos de los vectores de onda de Fermi del metal en estado normal y el superconductor η . La inyección de una cuasipartícula tipo hueco desde el superconductor de la izquierda (Fig. 3.2b) es descrita por

$$\psi^{(ii)}(z) = \begin{cases} \begin{pmatrix} \nu \\ \mu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L} \end{pmatrix} \exp(-ik^-z) + \tilde{a} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L} \end{pmatrix} \exp(-ik^+z) \\ + \tilde{b} \begin{pmatrix} \nu \\ \mu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_L} \end{pmatrix} \exp(ik^-z), & z < 0, \\ (g'_1 \exp(iq^+z) + g'_2 \exp(-iq^+z)) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ + (g'_3 \exp(iq^-z) + g'_4 \exp(-iq^-z)) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, & 0 < z < d, \\ \tilde{c} \begin{pmatrix} \nu \\ \mu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_R} \end{pmatrix} \exp(-ik^-z) + \tilde{d} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_R} \end{pmatrix} \exp(ik^+z), & d < z, \end{cases}$$

y la correspondiente amplitud de probabilidad para la reflexión de esta cuasipartícula tipo hueco como una tipo electrón es

$$\begin{aligned} \tilde{a} = & - \frac{|\Delta|}{M} (-8EQ^2 \cos \phi + EC \cos \rho^- + ED \cos \rho^+ - 8iQ^2\Omega \sin \phi + 4iA^+\Omega \sin \rho^- \\ & + 2E \sin \lambda^- \sin \lambda^+ - 2EB \cos \gamma - 2iB\Omega \sin \gamma + 4EZ_\theta A^- \sin \rho^+) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Nótese que la simetría del sistema bajo estudio se refleja en el hecho que $a(\phi) = \tilde{a}(-\phi)$.

3.2. Expresión para la corriente Josephson DC

Con las amplitudes de probabilidad para las reflexiones electrón-hueco (3.13) y hueco-electrón (3.15) encontradas arriba, la expresión (2.10) para la corriente Josephson a través de la junta queda

$$I = 16 \frac{ek_B T}{\hbar} \sum_{k_{||}} \sum_n \frac{Q^2 |\Delta|^2 \sin \phi}{M_n}, \quad (3.16)$$

con M_n obtenido a partir de la continuación analítica $E \rightarrow i\omega_n$ y $\Omega \rightarrow \Omega_n = i\sqrt{\omega_n^2 + |\Delta|^2}$ en (3.14). La suma sobre la componente del vector de onda paralela a la interfase es

transformada en una integral sobre la esfera de Fermi, es decir

$$\sum_{k_{||}} \rightarrow \int \frac{dk_{||}}{(2\pi)^2} = \frac{k_{FN}^2}{(2\pi)^2} \int d\varphi d\theta \sin \theta \cos \theta.$$

Con lo anterior la expresión la corriente Josephson por unidad de área queda

$$I = \frac{4ek_B T k_{FN}^2}{\pi^2 \hbar} \int d\theta d\varphi \sin \theta \cos \theta \sum_n \frac{Q^2 |\Delta|^2 \sin \phi}{M_n} \quad (3.17)$$

Ahora procedamos a simplificar un poco la expresión anterior. Para ello notemos que la expresión (3.12) para la componente z de los vectores de onda de las cuasipartículas tipo electrón y tipo hueco en el metal normal, puede ser reescrita como

$$q^\pm = k_N \sqrt{1 \pm \frac{2mE}{\hbar^2 k_N^2} - \frac{2m\Omega}{\hbar^2 k_N^2} \sin^2 \theta}$$

con $k_N = k_{FS} \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}$. Puesto que¹ $2mE/\hbar^2 k_N^2 \sim E/E_{FS} \ll 1$ y $2m\Omega/\hbar^2 k_N^2 \sim \Omega/E_{FS} \ll 1$, se tiene la siguiente aproximación

$$q^\pm \approx k_N \pm i \frac{m\omega_n}{\hbar^2 k_N},$$

con la cual el denominador M_n en (3.17) queda escrito como

$$\begin{aligned} M_n \approx & -8Q^2 |\Delta|^2 \cos \phi - [(1+C)(|\Delta|^2 + 2\omega_n^2) + \alpha^+ |\Delta|^2 \cos \gamma] \cosh \left(\frac{2m\omega_n d}{\hbar^2 k_N} \right) \\ & - 8A^+ \omega_n \Omega_n \sinh \left(\frac{2m\omega_n d}{\hbar^2 k_N} \right) - 4Z_\theta A^- [(1 + \cos \gamma) |\Delta|^2 + 2\omega_n^2] \sin(2k_N d) \\ & - [(-1+D)(|\Delta|^2 + 2\omega_n^2) + \alpha^- |\Delta|^2 \cos \gamma] \cos(2k_N d), \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde $\alpha^\pm = 4Q^2 Z_\theta^2 \pm (Q^{-1} A^-)^2$. La expresión (3.17) generaliza el resultado reportado por Soodchomshom *et al.* [1] en el caso de superconductores iguales en junturas S₁/N/S₂, pues la presencia de las barreras aislantes lleva a la aparición del termino $\sin(2k_N d)$ en el denominador (3.18). Por otro lado, en el limite $d \rightarrow 0$, la expresión para la corriente

¹Recuerdese que E es medida respecto al nivel de Fermi

Josephson (3.16) se reduce a

$$I = 2 \frac{ek_B T}{\hbar} \sum_{k_{||}} \sum_n \frac{|\Delta|^2 \sin \phi}{2\omega_n^2 [1 + Z_\theta^2] + |\Delta|^2 [1 + \cos \phi + Z_\theta^2 (1 + \cos \gamma)]}, \quad (3.19)$$

cuya dependencia con la temperatura y diferencia de fases externas (Fig. 3.3), para los potenciales (3.1-3.2), coincide con los resultados reportados en [10] para una juntura Josephson FS/A/FS.

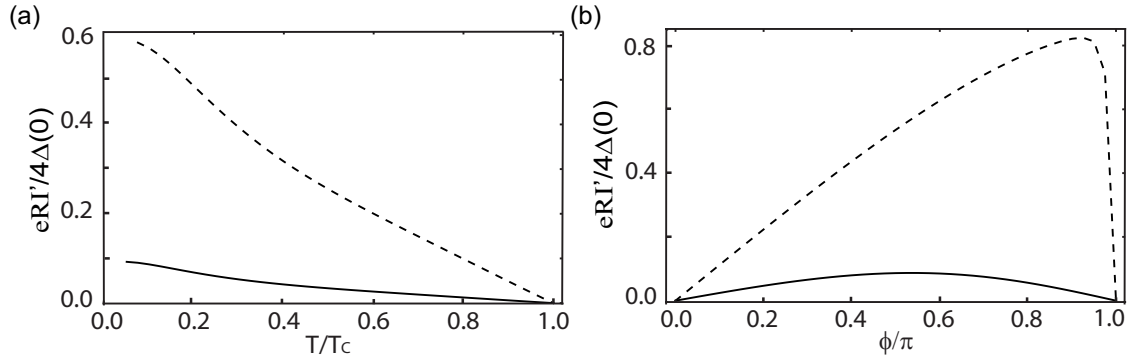


Figura 3.3: Relación corriente vs. (a) temperatura y (b) diferencia de fase externa. La línea punteada corresponde al potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow,2E}$, mientras que la línea gruesa a $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$

El comportamiento de la corriente en función de la diferencia de las fases externas ϕ y en función de la temperatura, para el potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$, es similar al que se tiene en junturas Josephson con superconductores de onda s . Para el potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow,2E}$, se evidencia la asimetría en la relación I vs. ϕ y la anomalía de baja temperatura, siendo la última debida a la formación de estados de energía cero en interfases N/ S_d , cuando la normal a la interfase y el eje [100] del superconductor forman un ángulo de $\pi/4$ [10, 11].

Resultados

En la sección anterior se llegó a la expresión para la corriente Josephson a través de la juntura $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{ZrZn}_2$, cuya dependencia con el espesor de la capa de metal en estado normal dk_{FN} y diferencia de fase externa normalizada ϕ/π será estudiada en el presente capítulo. Los resultados presentados en esta sección corresponden a potenciales de pares de la forma (3.1) y (3.2) para el ferromagneto superconductor ZrZn_2 , cuya magnetización está en la dirección $[001]$.

La corriente de tunelamiento se calcula bajo la condición $\theta < \arcsin \eta$ cuando $\eta \leq 1$, pues en el rango de valores $\theta \geq \arcsin \eta$, los coeficientes de reflexión de Andreev (3.13) y (3.15) pasan a ser complejos y en este caso se tiene la reflexión total de las cuasipartículas que inciden sobre las interfases FS/A/N y N/A/FS de la juntura FS/A/N/A/FS, y las interfases FS/N y N/FS de la juntura FS/N/FS.

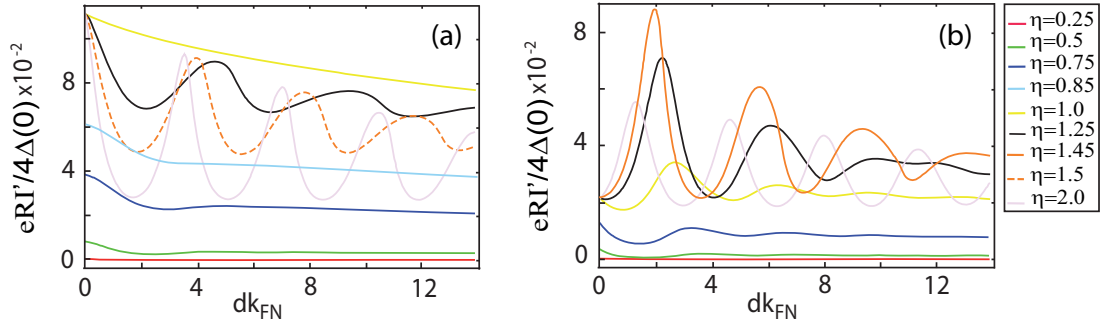


Figura 4.1: Corriente Josephson como función del espesor de la barrera de metal normal para el potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow, \text{A}}$, y fortaleza de la barrera aislante (a) $Z = 0$ y (b) $Z = 1$. Aquí $\phi = 0,5\pi$ y $T/T_C = 0,2$

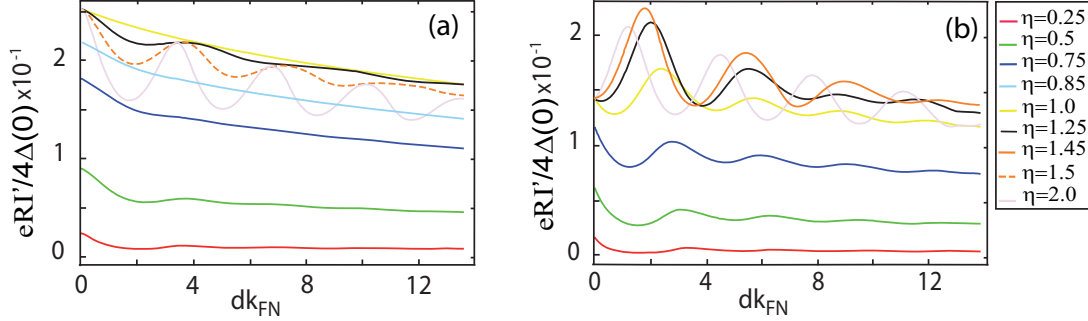


Figura 4.2: Corriente Josephson como función del espesor de la barrera de metal normal para el potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow,2E}$, y fortaleza de la barrera aislante (a) $Z = 0$ y (b) $Z = 1$. Aquí $\phi = 0,5\pi$ y $T/T_C = 0,2$

En la figura 4.1 se muestra la dependencia de la corriente de tunelamiento con el espesor de la barrera del metal normal, y el efecto del desbalance entre el número de portadores a través de la juntura, el cual está condensado en el cociente η de los módulos de los respectivos vectores de Fermi del metal normal y el ferromagneto superconductor, donde el último posee un potencial de pares de la forma $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$. El comportamiento decreciente de la corriente Josephson, cuando se aumenta el espesor del metal normal, es debido a la presencia de la función hiperbólica en (3.18), mientras que el carácter oscilatorio (oscilaciones geométricas) está relacionado con la presencia de las funciones trigonométricas. Cuando $\eta = 1$ y $Z = 0$, hay una supresión de las oscilaciones en la relación I vs d , la cual se evidencia en la expresión (3.17) para la corriente Josephson. Este comportamiento oscilatorio en la corriente muestra la competencia entre los coeficientes de reflexión de Andreev a y \tilde{a} a medida que se varía el espesor del metal normal. También es claro que el aumento en el parámetro η lleva a que el primer máximo en la relación I vs. d ocurra a menores valores del espesor del metal normal, lo cual es debido a la presencia de dicho parámetro en los términos k_N contenidos en los argumentos de las funciones trigonométricas de la expresión (3.18). Se observa que para una juntura $\text{ZrZn}_2/\text{N}/\text{ZrZn}_2$, es decir cuando $Z = 0$, la corriente de tunelamiento aumenta a medida que el parámetro η crece desde cero hasta uno, correspondiendo este ultimo valor a la igualdad de los niveles de Fermi del metal normal y el superconductor (Fig. 4.3). Por otro lado, la corriente empieza a disminuir cuando η toma valores cada vez mayores que la unidad. En contraste con lo anterior, la presencia de las barreras aislantes ($Z = 1$), lleva a que los valores máximos en la corriente Josephson a través de una juntura $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{ZrZn}_2$ ocurran en $\eta = 1,45$ y no en $\eta = 1,0$ (Fig. 4.3c). Además, la corriente toma valores menores en comparación al caso $Z = 0$ (Fig. 4.4).

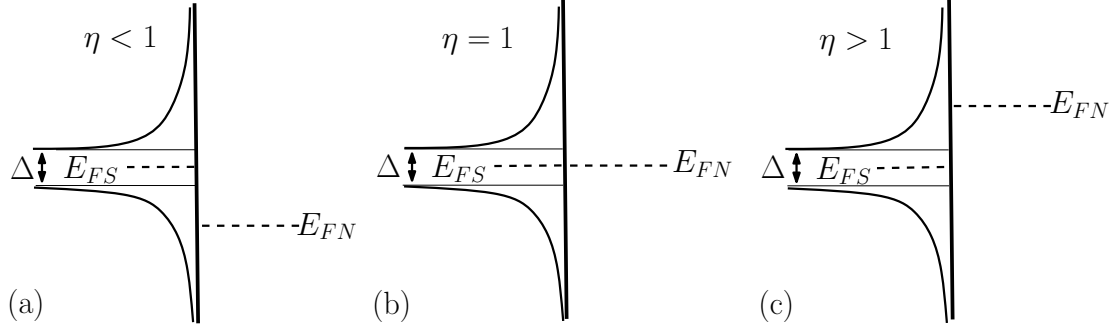


Figura 4.3: Diagrama de energías en la juntura $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{ZrZn}_2$.

La corriente de tunelamiento para el potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow,2E}$, toma valores mayores que la corriente calculada para el potencial $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$ (Figs. 4.1, 4.2 y 4.4), siendo esta diferencia entre las magnitudes de la corriente el único efecto de la estructura funcional de potencial de pares sobre la relación I vs d .

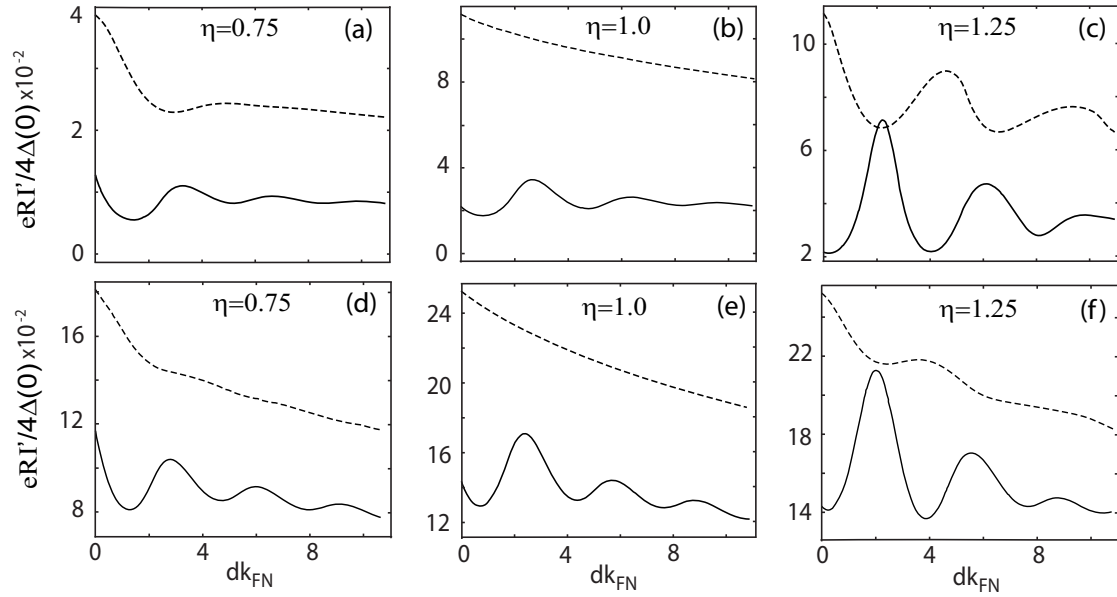


Figura 4.4: Corriente Josephson como función del espesor de la barrera de metal normal para los potenciales $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$ (a-c) y $\Delta_{\uparrow\uparrow,2E}$ (d-f). La fortaleza de las barreras aislantes toma los valores $Z = 0$ (línea entrecortada) y $Z = 1$ (línea gruesa). Aquí $\phi = 0,5\pi$ y $T/T_C = 0,2$

Cabe recordar que en el caso de junturas FS/A/FS [10] analizado en al final del capítulo anterior, la relación corriente-diferencia de fase es simétrica para un potencial de pares

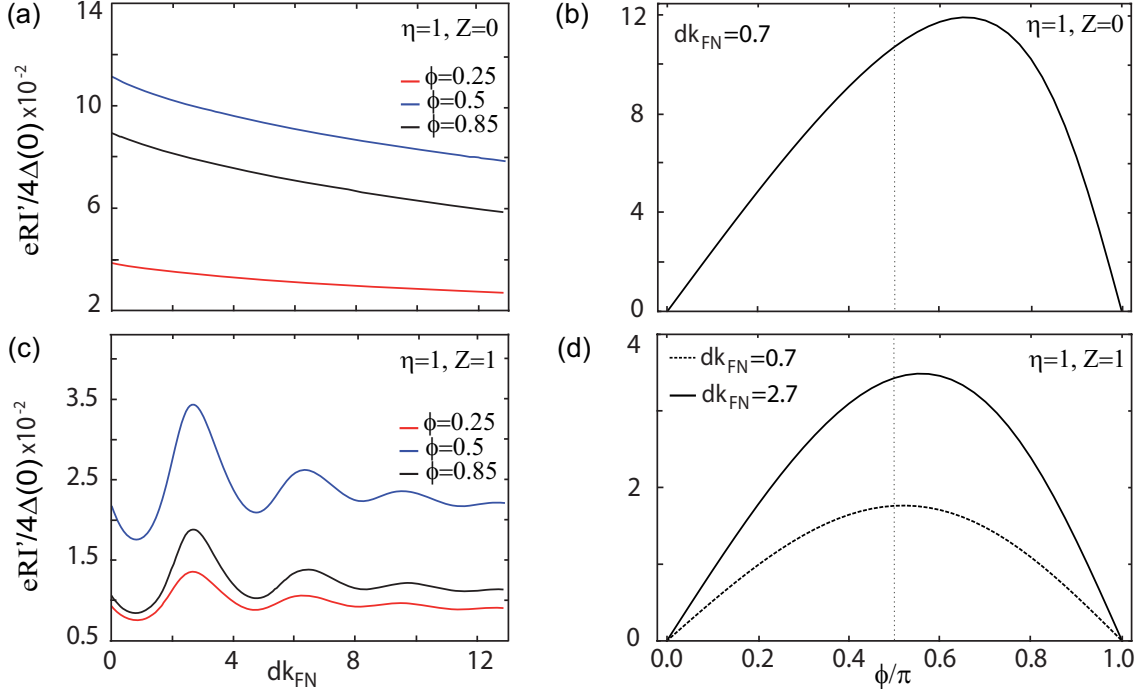


Figura 4.5: Corriente Josephson como función del espesor de la barrera de metal normal (a) y (c), y de la diferencia de fases externas (b) y (d). Estas relaciones son calculadas para el potencial $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$.

de la forma (3.1) y asimétrica para potenciales de la forma (3.2) (Fig. 3.3). Para junturas FS/A/N/A/FS, se observa que el aumento de η lleva a la aparición de intervalos del espesor del metal normal en los cuales la relación corriente-diferencia de fases externa es asimétrica respecto al valor $\phi = 0,5\pi$. En la figura 4.5b se ilustra lo anterior para el punto $dk_{FN} = 0,7$ del gráfico 4.5a, en el cual la asimetría en el diagrama $I(\phi)$ está presente para todo valor de dk_{FN} . No obstante, esto no ocurre para todos los valores de η y Z . Por ejemplo, para $\eta = 1$ y $Z = 1$, la relación corriente-diferencia de fases externas es simétrica para $dk_{FN} = 0,7$, mientras que para $dk_{FN} = 2,7$ es asimétrica (Fig. 4.5d). Lo anterior sugiere que a medida que se incrementa el espesor del metal normal en la junta FS/A/N/A/FS ($Z = 1$), la curva $I(\phi)$ para el potencial $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$ (Fig. 3.3), tiende al mismo comportamiento de la curva correspondiente a $\Delta_{\uparrow\uparrow,2E}$. Para $Z = 0$ y $d = 0$, la relación $I(\phi)$ para el potencial $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$ es similar a la de las junturas Josephson $S_d/A/S_d$, dando indicios de un fuerte efecto de la presencia de las barreras aislantes sobre la dependencia funcional de la corriente con la diferencia de fases externas en junturas FS/A/N/A/FS.

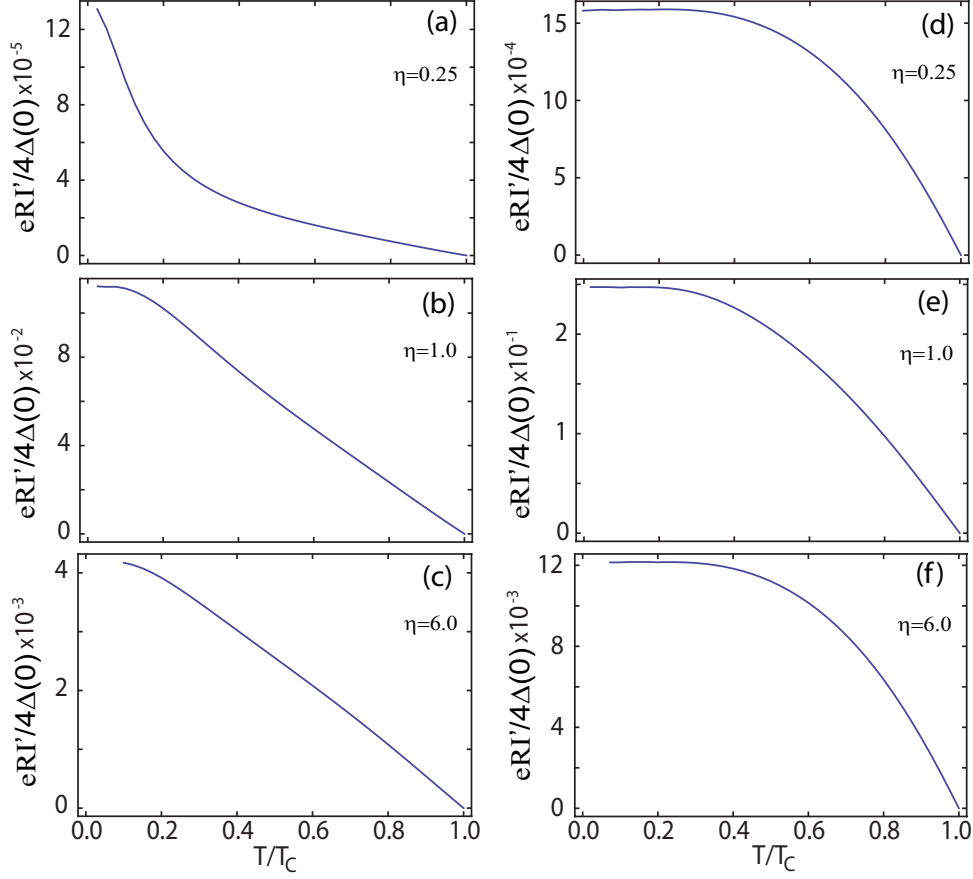


Figura 4.6: Relación I vs T/T_C para diversos valores de $\eta = k_{FN}/k_{FS}$. (a), (b) y (c) corresponden a $\Delta = \Delta_{\uparrow\uparrow,A}(\vec{k}, \vec{r}, T)$ en una juntura $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{ZrZn}_2$; mientras que (d), (e) y (f) a $\Delta = \Delta(T)$, lo cual corresponde a una juntura $\text{S}/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{S}$ con superconductores convencionales.

Finalmente, se muestra la dependencia de la corriente de tunelamiento con la temperatura y en función del desbalance de portadores a través de la juntura (Fig. 4.6). Las gráficas (d), (e) y (f), las cuales coinciden con los resultados obtenidos por Ambegaokar-Baratoff [29], ilustran el comportamiento típico en junturas con superconductores convencionales, cuyos potenciales de apareamiento son isotrópicos. En el capítulo anterior, para una juntura $\text{FS}/\text{A}/\text{FS}$, se mostró la anomalía de baja temperatura en la corriente Josephson para el potencial $\Delta_{\uparrow\uparrow,2E}$, la cual es típica en superconductores de onda d ; así mismo se mencionó que el comportamiento de la relación I vs T/T_C para el potencial $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$ (Fig. 3.3(a)) es usual en junturas con superconductores de onda s . Los resultados graficados en las figuras 4.6(a),(b) y (c), sugieren que para el potencial de pares $\Delta_{\uparrow\uparrow,A}$, y valores de η

menores que la unidad, se puede tener la anomalía de baja temperatura en la corriente de tunelamiento a través de la juntura FS/A/N/A/FS.

Conclusiones

Al considerar el tunelamiento de cuasipartículas en el canal de spin arriba a través de junturas $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{N}/\text{A}/\text{ZrZn}_2$, se encontró la inhibición de las oscilaciones geométricas en la corriente Josephson como función del espesor del metal en estado normal, cuando el cociente entre los módulos de los vectores de Fermi del metal normal y el superconductor es igual a la unidad y la fortaleza de las barreras aislantes es nula. Así mismo, se mostró bajo qué condiciones la relación I vs ϕ para un potencial de la forma (3.1) es asimétrica respecto al valor $\phi = 0,5\pi$, lo cual es inesperado puesto que en junturas $\text{ZrZn}_2/\text{A}/\text{ZrZn}_2$, con dicho potencial de pares, la relación $I(\phi)$ exhibe un comportamiento característico de superconductores de onda s .

El formalismo desarrollado en este trabajo se puede extender para abordar el tunelamiento Josephson en junturas semejantes a las consideradas, pero con las capas superconductoras con simetrías diferentes entre sí, y/o con la capa de metal normal presentando ferromagnetismo. Sería interesante considerar el efecto de barreras aislantes con diferentes valores de fortaleza. Experimentalmente los patrones de Fraunhofer que surgen en este tipo de sistemas bajo la acción de campos magnéticos fueron considerados recientemente en [30], razón por la cual presenta interés extender los resultados obtenidos al caso cuando la juntura Josephson estudiada en el presente trabajo es sometida a la acción de un campo magnético perpendicular a la dirección de flujo de la corriente superconductora.

Publicaciones y participación en eventos

Conferencias

- XXIII Congreso Nacional de Física (Santa Marta, Colombia, Octubre 2009)

Artículos remitidos

- *Tunelamiento Josephson en junturas FS/A/N/A/FS (Ferromagneto Superconductor / Aislante / Metal Normal / Aislante / Ferromagneto Superconductor)*. E. Moncada, J. C. Granada, Revista Colombiana de Física (Remitido en Octubre de 2009)

Cálculo de los coeficientes de reflexión de Andreev

La introducción de la solución particular $\psi^{(i)}(z)$ en las condiciones de frontera (3.4)-(3.7) lleva al sistema lineal no homogéneo

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ x_3 & x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ x_5 & x_6 & 0 & 0 & x_7 & x_8 & 0 & 0 \\ x_9 & x_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{11} & x_{12} \\ 0 & 0 & x_{13} & x_{14} & x_{15} & x_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{17} & x_{18} & 0 & 0 & x_{19} & x_{20} \\ 0 & 0 & x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{25} & x_{26} & 0 & 0 & x_{27} & x_{28} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

donde

$$\begin{aligned} x_1 &= \nu, \quad x_2 = \mu, \quad x_3 = \mu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_L}, \quad x_4 = \nu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L}, \quad x_5 = -\nu, \quad x_6 = \mu, \quad x_7 = Q + i \frac{Z}{\cos\theta}, \\ x_8 &= -Q + i \frac{Z}{\cos\theta}, \quad x_9 = -\mu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_L}, \quad x_{10} = \nu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L}, \quad x_{11} = Q + i \frac{Z}{\cos\theta}, \quad x_{12} = -Q + i \frac{Z}{\cos\theta}, \\ x_{13} &= \mu e^{ik^+d}, \quad x_{14} = \nu e^{-ik^-d}, \quad x_{15} = -e^{iq^+d}, \quad x_{16} = -e^{-iq^+d}, \quad x_{17} = \nu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_R} e^{ik^+d}, \\ x_{18} &= \mu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_R} e^{-ik^-d}, \quad x_{19} = -e^{iq^-d}, \quad x_{20} = -e^{-iq^-d}, \quad x_{21} = \mu e^{ik^+d}, \quad x_{22} = -\nu e^{-ik^-d}, \\ x_{23} &= -Q e^{iq^+d} + i \frac{Z}{\cos\theta} e^{iq^+d}, \quad x_{24} = Q e^{-iq^+d} + i \frac{Z}{\cos\theta} e^{-iq^+d}, \quad x_{25} = \nu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_R} e^{ik^+d}, \\ x_{26} &= -\mu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_R} e^{-ik^-d}, \quad x_{27} = -Q e^{iq^-d} + i \frac{Z}{\cos\theta} e^{iq^-d}, \quad x_{28} = Q e^{-iq^-d} + i \frac{Z}{\cos\theta} e^{-iq^-d}, \\ y_1 &= -\mu, \quad y_2 = -\nu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_L}, \quad y_3 = \mu, \quad y_4 = \nu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L}. \end{aligned}$$

Así mismo, mediante el uso de la solución $\psi^{(ii)}(z)$ en las condiciones de frontera mencio-

nadas, se obtiene el mismo sistema lineal no homogéneo (A.1), pero con las entradas

$$\begin{aligned}
x_1 &= \mu, x_2 = \nu, x_3 = \nu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L}, x_4 = \mu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_L}, x_5 = \mu, x_6 = -\nu, x_7 = Q + i \frac{Z}{\cos\theta}, \\
x_8 &= -Q + i \frac{Z}{\cos\theta}, x_{10} = -\mu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_L}, x_9 = \nu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L}, x_{11} = Q + i \frac{Z}{\cos\theta}, x_{12} = -Q + i \frac{Z}{\cos\theta}, \\
x_{14} &= \mu e^{ik^+d}, x_{13} = \nu e^{-ik^-d}, x_{15} = -e^{iq^+d}, x_{16} = -e^{-iq^+d}, x_{18} = \nu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_R} e^{ik^+d}, \\
x_{17} &= \mu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_R} e^{-ik^-d}, x_{19} = -e^{iq^-d}, x_{20} = -e^{-iq^-d}, x_{22} = \mu e^{ik^+d}, x_{21} = -\nu e^{-ik^-d}, \\
x_{23} &= -Q e^{iq^+d} + i \frac{Z}{\cos\theta} e^{iq^+d}, x_{24} = Q e^{-iq^+d} + i \frac{Z}{\cos\theta} e^{-iq^+d}, x_{26} = \nu e^{-i\gamma_+} e^{-i\phi_R} e^{ik^+d}, \\
x_{25} &= -\mu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_R} e^{-ik^-d}, x_{27} = -Q e^{iq^-d} + i \frac{Z}{\cos\theta} e^{iq^-d}, x_{28} = Q e^{-iq^-d} + i \frac{Z}{\cos\theta} e^{-iq^-d}, \\
y_1 &= -\nu, y_2 = -\mu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L}, y_3 = -\nu, y_4 = -\mu e^{-i\gamma_-} e^{-i\phi_L}.
\end{aligned}$$

Bibliografía

- [1] Bumned Soodchomshom, I-Ming Tang, Rassmidara Hoonsawat, *Physica C* **468**, 4753 (2008).
- [2] Z. Radović, N. Lazarides, and N. Flytzanis, *Phys. Rev. B* **68**, 014501 (2003).
- [3] M. Fauré, A.I. Buzdin, D. Gusakova, *Physica C* **454**, 61-69 (2007).
- [4] D. Fay y J. Appel, *Phys. Rev. B.* **22**, 3173 (1980).
- [5] S. S. Saxena, P. Agarwal, K. Ahilan, F. M. Grosche, R. K. W. Haselwimmer, M. J. Steiner, E. Pugh, I. R. Walker, S.R. Julian, P. Monthoux, G. G. Lonzarich, A. Huxley, I. Shelkin, D. Braithwaite, and J. Flouquet, *Nature (London)* **406**, 587 (2000).
- [6] C. Pfleiderer, M. Uhlarz, S. M. Hayden, R. Vollmer, H. v. Löhneysen, N. R. Bernhoeft, and G. G. Lonzarich, *Nature (London)* **412**, 58 (2001).
- [7] C. Pleiderer and M. Uhlarz, *Physica C* **408-410**, 376 (2004).
- [8] E. A. Yelland, S. J. C. Yates, O. Taylor, A. Griffiths, S. M. Hayden and A. Carrington, *arXiv cond-mat/05103384v1* (2008).
- [9] D. Aoki, A. Huxley, E. Ressouche, D. Braithwaite, J. Flouquet, J. Brison, E. Lhotel, and C. Paulsen, *Nature (London)* **413**, 613 (2001).
- [10] Yufeng Zhao and Rui Shen, *Phys. Rev. B* **73**, 214511 (2006).
- [11] William Herrera, Tesis Doctoral (Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia-Bogotá, 2005).
- [12] K. V. Samokhin and M. B. Walker, *Phys. Rev. B* **66**, 024512 (2002).
- [13] K. V. Samokhin and D. Shirokoff, *Phys. Rev. B* **71**, 104527 (2005).
- [14] N. I. Karchev, K. B. Blagoev, K. S. Bedell, and P. B. Littlewood, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 846 (2001).
- [15] D. J. Singh and I. I. Mazin, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 187004 (2002).
- [16] M. Cuoco, P. Gentile, and C. Noce, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 197003 (2003).
- [17] B. Kastening, D. K. Morr, D. Manske, and K. Bennemann, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 047009 (2006).
- [18] D. Loss and D. P. DiVincenzo, *Phys. Rev. A* **57**, 120 (1998).

-
- [19] J.B. Ketterson, S.N. Song, *Superconductivity*, Cambridge University Press (1999).
 - [20] P.G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, Benjamin, New York (1966).
 - [21] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 5 (1957).
 - [22] C. Bruder, Phys. Rev. B. **41**, 4017 (1990).
 - [23] A. F. Andreev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **46**, 1823 (1964) [Sov. Phys.-JETP **19**, 1228 (1964)].
 - [24] A. Furusaki and M. Tsukada, Solid State Commun. **78**, 299 (1991).
 - [25] Klaus Halterman and Oriol T. Valls, arXiv 0907.2688v1 (2009).
 - [26] Miloš Božović and Zoran Radović, arXiv cond-mat/0605355v1 (2006).
 - [27] T. Yokoyama, Y. Tanaka and J. Inoue, arXiv cond-mat/0510659v1 (2005).
 - [28] T. P. Sheahen, *Introduction to High-Temperature Superconductivity*, Kluwer Academic Publishers, (Libro electrónico)
 - [29] V. Ambegaokar, A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963).
 - [30] Trupti S. Khaire, W. P. Pratt, Jr., and Norman O. Birge, Phys. Rev. B **79**, 094523 (2009)